

\$SPAD/input schaum12.input

Timothy Daly

June 15, 2008

## Contents

1	[1]:14.265	$\int \frac{dx}{ax^2 + bx + c}$	3
2	[1]:14.266	$\int \frac{x dx}{ax^2 + bx + c}$	9
3	[1]:14.267	$\int \frac{x^2 dx}{ax^2 + bx + c}$	15
4	[1]:14.268	$\int \frac{x^m dx}{ax^2 + bx + c}$	19
5	[1]:14.269	$\int \frac{dx}{x(ax^2 + bx + c)}$	20
6	[1]:14.270	$\int \frac{dx}{x^2(ax^2 + bx + c)}$	25
7	[1]:14.271	$\int \frac{dx}{x^n(ax^2 + bx + c)}$	30
8	[1]:14.272	$\int \frac{dx}{(ax^2 + bx + c)^2}$	31
9	[1]:14.273	$\int \frac{x dx}{(ax^2 + bx + c)^2}$	36
10	[1]:14.274	$\int \frac{x^2 dx}{(ax^2 + bx + c)^2}$	41
11	[1]:14.275	$\int \frac{x^m dx}{(ax^2 + bx + c)^n}$	44
12	[1]:14.276	$\int \frac{x^{2n-1} dx}{(ax^2 + bx + c)^n}$	45
13	[1]:14.277	$\int \frac{dx}{x(ax^2 + bx + c)^2}$	46
14	[1]:14.278	$\int \frac{dx}{x^2(ax^2 + bx + c)^2}$	57
15	[1]:14.279	$\int \frac{dx}{x^m(ax^2 + bx + c)^n}$	68

1 [1]:14.265  $\int \frac{dx}{ax^2 + bx + c}$

$$\int \frac{1}{ax^2 + bx + c} = \begin{cases} \frac{2}{\sqrt{4ac - b^2}} \tan^{-1} \frac{2ax + b}{\sqrt{4ac - b^2}} \\ \frac{1}{\sqrt{b^2 - 4ac}} \ln \left( \frac{2ax + b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2ax + b + \sqrt{b^2 - 4ac}} \right) \end{cases}$$

<\*)≡

```
)spool schaum12.output
)set message test on
)set message auto off
)clear all
```

--S 1

```
aa:=integrate(1/(a*x^2+b*x+c),x)
```

```
--R
--R (1)
--R [
--R   log
--R
--R                                     +-----+
--R               2 2                2 | 2                2      2
--R          (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (8a c - 2a b )x
--R      +
--R               3
--R          4a b c - b
--R      /
--R               2
--R          a x  + b x + c
--R /
--R   +-----+
--R   | 2
--R  \|- 4a c + b
--R ,
--R               +-----+
--R               | 2
--R          (2a x + b)\|4a c - b
--R 2atan(-----)
--R               2
--R          4a c - b
--R -----]
--R               +-----+
--R               | 2
--R          \|4a c - b
--R
--R                                         Type: Union(List Expression Integer,...)
```

--E

--S 2

bb1:=2/sqrt(4\*a\*c-b^2)\*atan((2\*a\*x+b)/sqrt(4\*a\*c-b^2))

--R

--E

$$(2) \frac{2 \operatorname{atan}\left(\frac{2ax + b}{\sqrt{4ac - b^2}}\right)}{\sqrt{4ac - b^2}}$$

Type: Expression Integer

--S 3

bb2:=1/sqrt(b^2-4\*a\*c)\*log((2\*a\*x+b-sqrt(b^2-4\*a\*c))/(2\*a\*x+b+sqrt(b^2-4\*a\*c)))

--R

--E

$$(3) \frac{\log\left(\frac{-\sqrt{-4ac + b^2} + 2ax + b}{\sqrt{-4ac + b^2} + 2ax + b}\right)}{\sqrt{-4ac + b^2}}$$

Type: Expression Integer

--S 4

cc1:=aa.1-bb1

--R

$$(4) \sqrt{4ac - b^2} \cdot \log$$

```

--R          2 2          2 |          2          2          2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (8a c - 2a b )x
--R      +
--R          3
--R      4a b c - b
--R      /
--R          2
--R      a x  + b x + c
--R  +
--R      +-----+
--R      |          2          2a x + b
--R      - 2\|- 4a c + b  atan(-----)
--R                                  +-----+
--R                                  |          2
--R                                  \|- 4a c - b
--R  /
--R      +-----+ +-----+
--R      |          2 |          2
--R      \|- 4a c + b  \|- 4a c - b
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 5
cc2:=aa.1-bb2
--R
--R      (5)
--R      log
--R          +-----+
--R          2 2          2 |          2          2          2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (8a c - 2a b )x
--R      +
--R          3
--R      4a b c - b
--R      /
--R          2
--R      a x  + b x + c
--R  +
--R          +-----+
--R          |          2
--R          - \|- 4a c + b  + 2a x + b
--R      - log(-----)
--R          +-----+
--R          |          2
--R          \|- 4a c + b  + 2a x + b
--R  /
--R      +-----+

```

```

--R      |      2
--R     \|- 4a c + b
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

--S 6

cc3:=aa.2-bb1

```

--R
--R      +-----+
--R      |      2
--R      (2a x + b)\|4a c - b      2a x + b
--R      2atan(-----) - 2atan(-----)
--R      4a c - b      +-----+
--R      |      2
--R      \|4a c - b
--R
--R      (6) -----
--R      +-----+
--R      |      2
--R      \|4a c - b
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

--S 7

cc4:=aa.2-bb2

```

--R
--R      (7)
--R      +-----+
--R      |      2      - \|- 4a c + b      + 2a x + b
--R      - \|4a c - b log(-----)
--R      +-----+
--R      |      2
--R      \|- 4a c + b      + 2a x + b
--R
--R      +
--R      +-----+
--R      |      2      (2a x + b)\|4a c - b
--R      2\|- 4a c + b atan(-----)
--R      4a c - b
--R
--R      /
--R      +-----+ +-----+
--R      |      2 |      2
--R      \|- 4a c + b \|4a c - b
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 8
atanrule:=rule(atan(x) == -%i/2*log((1+%i*x)/(1-%i*x)))
--R
--R
--R          - x + %i
--R      %i log(-----)
--R          x + %i
--R (8)  atan(x) == - -----
--R                      2
--R      Type: RewriteRule(Integer,Complex Integer,Expression Complex Integer)
--E

```

```

--S 9
dd3:=atanrule cc3
--R
--R (9)
--R
--R          +-----+
--R          |          2
--R      \4a c - b  + 2%i a x + %i b
--R %i log(-----)
--R          +-----+
--R          |          2
--R      \4a c - b  - 2%i a x - %i b
--R +
--R
--R          +-----+
--R          |          2
--R      (- 2a x - b)\4a c - b  + 4%i a c - %i b
--R - %i log(-----)
--R          +-----+
--R          |          2
--R      (2a x + b)\4a c - b  + 4%i a c - %i b
--R /
--R
--R          +-----+
--R          |          2
--R      \4a c - b
--R
--R                                          Type: Expression Complex Integer
--E

```

```

--S 10
ee3:=expandLog dd3
--R
--R (10)
--R
--R          +-----+
--R          |          2
--R      %i log((2a x + b)\4a c - b  + 4%i a c - %i b )
--R +

```

```

--R
--R          +-----+
--R          |          2
--R    - %i log((2a x + b)\|4a c - b  - 4%i a c + %i b )
--R  +
--R          +-----+
--R          |          2
--R    %i log(\|4a c - b  + 2%i a x + %i b)
--R  +
--R          +-----+
--R          |          2
--R    - %i log(\|4a c - b  - 2%i a x - %i b) - %i log(- 1)
--R  /
--R          +-----+
--R          |          2
--R    \|4a c - b
--R
--R                                          Type: Expression Complex Integer
--E

```

```

--S 11      14:265 Schaums and Axiom agree
ff3:=complexNormalize ee3
--R
--R  (11)  0
--R
--R                                          Type: Expression Complex Integer
--E

```

2 [1]:14.266  $\int \frac{x dx}{ax^2 + bx + c}$

$$\int \frac{x}{ax^2 + bx + c} = \frac{1}{2a} \ln(ax^2 + bx + c) - \frac{b}{2a} \int \frac{1}{ax^2 + bx + c}$$

```

(*)+≡
)clear all

--S 12
aa:=integrate(x/(a*x^2+b*x+c),x)
--R
--R (1)
--R [
--R      b
--R      *
--R      log
--R
--R      +-----+
--R      2 2      2 |      2      2      2
--R      (2a x + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (- 8a c + 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      - 4a b c + b
--R      /
--R      2
--R      a x + b x + c
--R      +
--R      +-----+
--R      2      |      2
--R      log(a x + b x + c)\|- 4a c + b
--R      /
--R      +-----+
--R      |      2
--R      2a\|- 4a c + b
--R      ,
--R      +-----+
--R      |      2      +-----+
--R      (2a x + b)\|4a c - b      2      |      2
--R      - 2b atan(-----) + log(a x + b x + c)\|4a c - b
--R      2
--R      4a c - b
--R      -----]
--R
--R      +-----+
--R      |      2
--R      2a\|4a c - b
--R
--R      Type: Union(List Expression Integer,...)

```

--E

--S 13

t1:=integrate(1/(a\*x^2+b\*x+c),x)

--R

--R

--R (2)

--R [

--R log

--R

--R 
$$\frac{(2ax^2 + 2abx - 2ac + b^2)\sqrt{-4ac + b^2} + (8ac - 2ab^2)x}{4abc - b^3}$$

--R +

--R 
$$\frac{3}{4abc - b^3}$$

--R /

--R 
$$ax^2 + bx + c$$

--R /

--R 
$$\sqrt{-4ac + b^2}$$

--R ,

--R 
$$2\operatorname{atan}\left(\frac{(2ax + b)\sqrt{4ac - b^2}}{4ac - b^2}\right)$$

--R

--R 
$$\frac{2}{4ac - b^2}$$

--R ]

--R 
$$\sqrt{4ac - b^2}$$

--R

Type: Union(List Expression Integer,...)

--E

--S 14

bb1:=1/(2\*a)\*log(a\*x^2+b\*x+c)-b/(2\*a)\*t1.1

--R

--R

--R (3)

--R -

--R b

--R \*

--R log

--R

$$\sqrt{-4ac + b^2}$$

```

--R
--R      2 2      2 |      2      2      2
--R      (2a x + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b + (8a c - 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      4a b c - b
--R      /
--R      2
--R      a x + b x + c
--R      +
--R      +-----+
--R      |      2
--R      log(a x + b x + c)\|- 4a c + b
--R      /
--R      +-----+
--R      |      2
--R      2a\|- 4a c + b
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 15
bb2:=1/(2*a)*log(a*x^2+b*x+c)-b/(2*a)*t1.2

```

```

--R
--R
--R      +-----+
--R      |      2
--R      (2a x + b)\|4a c - b
--R      - 2b atan(-----) + log(a x + b x + c)\|4a c - b
--R      2
--R      4a c - b
--R      (4) -----
--R      +-----+
--R      |      2
--R      2a\|4a c - b
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 16
cc1:=aa.1-bb1

```

```

--R
--R      (5)
--R      b
--R      *
--R      log
--R      2 2      2 |      2      2      2
--R      (2a x + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b + (8a c - 2a b )x

```

```

--R      +
--R      3
--R      4a b c - b
--R      /
--R      2
--R      a x  + b x + c
--R      +
--R      b
--R      *
--R      log
--R      +-----+
--R      2 2      2 |      2      2      2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (- 8a c + 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      - 4a b c + b
--R      /
--R      2
--R      a x  + b x + c
--R      /
--R      +-----+
--R      |      2
--R      2a\|- 4a c + b
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 17
cc2:=aa.2-bb1
--R
--R      (6)
--R      +-----+
--R      |      2
--R      b\|4a c - b
--R      *
--R      log
--R      +-----+
--R      2 2      2 |      2      2      2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (8a c - 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      4a b c - b
--R      /
--R      2
--R      a x  + b x + c
--R      +
--R      +-----+

```

```

--R          +-----+ | 2
--R          |      2 (2a x + b)\|4a c - b
--R      - 2b\|- 4a c + b atan(-----)
--R                                     2
--R                                    4a c - b
--R /
--R      +-----+ +-----+
--R      |      2 |      2
--R      2a\|- 4a c + b \|4a c - b
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 18
cc3:=aa.2-bb1
--R
--R      (7)
--R          +-----+
--R          |      2
--R      b\|4a c - b
--R *
--R      log
--R
--R          +-----+
--R          2 2          2 |      2          2          2
--R      (2a x + 2a b x - 2a c + b)\|- 4a c + b + (8a c - 2a b )x
--R +
--R          3
--R      4a b c - b
--R /
--R          2
--R      a x + b x + c
--R +
--R          +-----+
--R          |      2          (2a x + b)\|4a c - b
--R      - 2b\|- 4a c + b atan(-----)
--R                                     2
--R                                    4a c - b
--R /
--R      +-----+ +-----+
--R      |      2 |      2
--R      2a\|- 4a c + b \|4a c - b
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 19      14:266 Schaums and Axiom agree
cc4:=aa.2-bb2

```

```
--R  
--R (8)  0  
--R  
--E
```

Type: Expression Integer

**3 [1]:14.267**  $\int \frac{x^2 dx}{ax^2 + bx + c}$

$$\int \frac{x^2}{ax^2 + bx + c} = \frac{x}{a} - \frac{b}{2a^2} \ln(ax^2 + bx + c) + \frac{b^2 - 2ac}{2a^2} \int \frac{1}{ax^2 + bx + c}$$

```
(*)+=
)clear all
```

```
--S 20
```

```
aa:=integrate(x^2/(a*x^2+b*x+c),x)
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R (1)
```

```
--R [
```

```
--R
```

```

--R          2          |          2
--R      (- b log(a x  + b x + c) + 2a x)\|4a c - b
--R  /
--R      +-----+
--R      2 |          2
--R      2a \|4a c - b
--R  ]
--R
--R                                          Type: Union(List Expression Integer,...)
--E

```

```

--S 21
t1:=integrate(1/(a*x^2+b*x+c),x)

```

```

--R
--R
--R  (2)
--R  [
--R      log
--R
--R          +-----+
--R          2 2          2 |          2          2          2
--R          (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (8a c - 2a b )x
--R      +
--R          3
--R          4a b c - b
--R      /
--R          2
--R          a x  + b x + c
--R  /
--R      +-----+
--R      |          2
--R      \|- 4a c + b
--R  ,
--R          +-----+
--R          |          2
--R          (2a x + b)\|4a c - b
--R  2atan(-----)
--R          2
--R          4a c - b
--R  -----]
--R          +-----+
--R          |          2
--R          \|4a c - b
--R
--R                                          Type: Union(List Expression Integer,...)
--E

```

```

--S 22
bb1:=x/a-b/(2*a^2)*log(a*x^2+b*x+c)+(b^2-2*a*c)/(2*a^2)*t1.1

```

```

--R
--R
--R (3)
--R      2
--R      (- 2a c + b )
--R      *
--R      log
--R      +-----+
--R      2 2      2 |      2      2      2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (8a c - 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      4a b c - b
--R      /
--R      2
--R      a x  + b x + c
--R      +
--R      +-----+
--R      2      |      2
--R      (- b log(a x  + b x + c) + 2a x)\|- 4a c + b
--R      /
--R      +-----+
--R      2 |      2
--R      2a \|- 4a c + b
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 23
bb2:=x/a-b/(2*a^2)*log(a*x^2+b*x+c)+(b^2-2*a*c)/(2*a^2)*t1.2

```

```

--R
--R
--R (4)
--R      +-----+
--R      |      2
--R      (2a x + b)\|4a c - b
--R      (- 4a c + 2b )atan(-----)
--R      2
--R      4a c - b
--R      +
--R      +-----+
--R      2      |      2
--R      (- b log(a x  + b x + c) + 2a x)\|4a c - b
--R      /
--R      +-----+
--R      2 |      2
--R      2a \|4a c - b

```

```

--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

--S 24
cc1:=bb1-aa.1
--R
--R (5)
--R          2
--R      (- 2a c + b )
--R      *
--R      log
--R
--R          +-----+
--R          2 2      2 |      2      2      2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (8a c - 2a b )x
--R      +
--R          3
--R      4a b c - b
--R      /
--R          2
--R      a x  + b x + c
--R      +
--R          2
--R      (- 2a c + b )
--R      *
--R      log
--R
--R          +-----+
--R          2 2      2 |      2      2      2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (- 8a c + 2a b )x
--R      +
--R          3
--R      - 4a b c + b
--R      /
--R          2
--R      a x  + b x + c
--R      /
--R      +-----+
--R      2 |      2
--R      2a \|- 4a c + b
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 25      14:267 Schaums and Axiom differ by a constant
dd1:=complexNormalize cc1
--R
--R          2      3      2 2
--R      (- 2a c + b )log(- 16a c + 4a b )

```

```

--R (6) -----
--R          +-----+
--R          2 |      2
--R          2a \|- 4a c + b
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

4 [1]:14.268  $\int \frac{x^m dx}{ax^2 + bx + c}$

$$\int \frac{x^m}{ax^2 + bx + c} = \frac{x^{m-1}}{(m-1)a} - \frac{c}{a} \int \frac{x^{m-2}}{ax^2 + bx + c} - \frac{b}{a} \int \frac{x^{m-1}}{ax^2 + bx + c}$$

```

(*)+≡
)clear all

```

```

--S 26      14:268 Axiom cannot compute this integral
aa:=integrate(x^m/(a*x^2+b*x+c),x)
--R
--R
--R          x      m
--R          ++      %N
--R          (1) | ----- d%N
--R          ++      2
--R          c + %N b + %N a
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E

```

5 [1]:14.269  $\int \frac{dx}{x(ax^2 + bx + c)}$

$$\int \frac{1}{x(ax^2 + bx + c)} = \frac{1}{2c} \ln\left(\frac{x^2}{ax^2 + bx + c}\right) - \frac{b}{2c} \int \frac{1}{ax^2 + bx + c}$$

```

(*)+≡
)clear all

--S 27
aa:=integrate(1/(x*(a*x^2+b*x+c)),x)
--R
--R
--R (1)
--R [
--R      b
--R      *
--R      log
--R
--R      +-----+
--R      2 2      2 |      2      2      2
--R      (2a x + 2a b x - 2a c + b)\|- 4a c + b  + (- 8a c + 2a b )x
--R
--R      +
--R      3
--R      - 4a b c + b
--R
--R      /
--R      2
--R      a x + b x + c
--R
--R      +
--R      +-----+
--R      2      |      2
--R      (- log(a x + b x + c) + 2log(x))\|- 4a c + b
--R
--R      /
--R      +-----+
--R      |      2
--R      2c\|- 4a c + b
--R
--R      ,
--R
--R      +-----+
--R      |      2
--R      (2a x + b)\|4a c - b
--R
--R      - 2b atan(-----)
--R      2
--R      4a c - b
--R
--R      +
--R      +-----+
--R      |      2
--R      2

```

```

--R      (- log(a x  + b x + c) + 2log(x))\|4a c - b
--R /
--R      +-----+
--R      |      2
--R      2c\|4a c - b
--R ]
--R
--R                                          Type: Union(List Expression Integer,...)
--E

```

```

--S 28
t1:=integrate(1/(a*x^2+b*x+c),x)

```

```

--R
--R
--R (2)
--R [
--R   log
--R
--R                                     +-----+
--R          2 2          2 |      2          2          2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (8a c - 2a b )x
--R      +
--R          3
--R      4a b c - b
--R      /
--R          2
--R      a x  + b x + c
--R /
--R      +-----+
--R      |      2
--R      \|- 4a c + b
--R ,
--R
--R          +-----+
--R          |      2
--R      (2a x + b)\|4a c - b
--R 2atan(-----)
--R          2
--R          4a c - b
--R -----]
--R
--R      +-----+
--R      |      2
--R      \|4a c - b
--R
--R                                          Type: Union(List Expression Integer,...)
--E

```

```

--S 29
bb1:=1/(2*c)*log(x^2/(a*x^2+b*x+c))-b/(2*c)*t1.1
--R

```





```

--R (6)
--R      -
--R      *
--R      log
--R      +-----+
--R      2 2      2 |      2      2      2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (8a c - 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      4a b c - b
--R      +
--R      -
--R      *
--R      log
--R      +-----+
--R      2 2      2 |      2      2      2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (- 8a c + 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      - 4a b c + b
--R      +
--R      2
--R      2b log(a x  + b x + c)
--R      /
--R      +-----+
--R      |      2
--R      2c\|- 4a c + b
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 33      14:269 Schaums and Axiom differ by a constant
ee1:=complexNormalize dd1

```

```

--R
--R      3      2 2
--R      b log(- 16a c + 4a b )
--R (7)  -----
--R      +-----+
--R      |      2
--R      2c\|- 4a c + b
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

6 [1]:14.270  $\int \frac{dx}{x^2(ax^2 + bx + c)}$

$$\int \frac{1}{x^2(ax^2 + bx + c)} = \frac{b}{2c^2} \ln\left(\frac{ax^2 + bx + c}{x^2}\right) - \frac{1}{cx} + \frac{b^2 - 2ac}{2c^2} \int \frac{1}{ax^2 + bx + c}$$

```

(*)+≡
)clear all

--S 34
aa:=integrate(1/(x^2*(a*x^2+b*x+c)),x)
--R
--R
--R (1)
--R [
--R      2
--R      (2a c - b )x
--R      *
--R      log
--R      +-----+
--R      2 2      2 |      2      2      2
--R      (2a x + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (- 8a c + 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      - 4a b c + b
--R      /
--R      2
--R      a x + b x + c
--R      +
--R      +-----+
--R      2      |      2
--R      (b x log(a x + b x + c) - 2b x log(x) - 2c)\|- 4a c + b
--R      /
--R      +-----+
--R      2 |      2
--R      2c x\|- 4a c + b
--R      ,
--R      +-----+
--R      |      2
--R      2      (2a x + b)\|4a c - b
--R      (- 4a c + 2b )x atan(-----)
--R      2
--R      4a c - b
--R      +
--R      +-----+

```

```

--R          2
--R      (b x log(a x + b x + c) - 2b x log(x) - 2c)\|4a c - b
--R  /
--R      +-----+
--R      2 |      2
--R      2c x\|4a c - b
--R  ]
--R
--R                                          Type: Union(List Expression Integer,...)
--E

```

```

--S 35
t1:=integrate(1/(a*x^2+b*x+c),x)

```

```

--R
--R
--R  (2)
--R  [
--R    log
--R
--R          +-----+
--R          2 2      2 |      2      2      2
--R      (2a x + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (8a c - 2a b )x
--R    +
--R          3
--R      4a b c - b
--R    /
--R      2
--R      a x + b x + c
--R  /
--R    +-----+
--R    |      2
--R    \|- 4a c + b
--R  ,
--R          +-----+
--R          |      2
--R      (2a x + b)\|4a c - b
--R  2atan(-----)
--R          2
--R          4a c - b
--R  -----]
--R          +-----+
--R          |      2
--R          \|4a c - b
--R
--R                                          Type: Union(List Expression Integer,...)
--E

```

```

--S 36
bb1:=b/(2*c^2)*log((a*x^2+b*x+c)/x^2)-1/(c*x)+(b^2-2*a*c)/(2*c^2)*t1.1

```

```

--R
--R
--R (3)
--R      2
--R      (- 2a c + b )x
--R      *
--R      log
--R      +-----+
--R      2 2      2 |      2      2      2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (8a c - 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      4a b c - b
--R      /
--R      2
--R      a x  + b x + c
--R      +
--R      2      +-----+
--R      a x  + b x + c |      2
--R      (b x log(-----) - 2c)\|- 4a c + b
--R      2
--R      x
--R      /
--R      +-----+
--R      2 |      2
--R      2c x\|- 4a c + b
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 37
bb2:=b/(2*c^2)*log((a*x^2+b*x+c)/x^2)-1/(c*x)+(b^2-2*a*c)/(2*c^2)*t1.2

```

```

--R
--R (4)
--R      +-----+
--R      |      2
--R      2      (2a x + b)\|4a c - b
--R      (- 4a c + 2b )x atan(-----)
--R      2
--R      4a c - b
--R      +
--R      2      +-----+
--R      a x  + b x + c |      2
--R      (b x log(-----) - 2c)\|4a c - b
--R      2
--R      x

```

```

--R /
--R      +-----+
--R      2 |      2
--R      2c x\|4a c - b
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

--S 38
cc1:=bb1-aa.1
--R
--R (5)
--R      2
--R      (- 2a c + b )
--R      *
--R      log
--R
--R      +-----+
--R      2 2      2 |      2      2      2
--R      (2a x + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b + (8a c - 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      4a b c - b
--R      /
--R      2
--R      a x + b x + c
--R      +
--R      2
--R      (- 2a c + b )
--R      *
--R      log
--R
--R      +-----+
--R      2 2      2 |      2      2      2
--R      (2a x + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b + (- 8a c + 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      - 4a b c + b
--R      /
--R      2
--R      a x + b x + c
--R      +
--R      2      +-----+
--R      (- b log(a x + b x + c) + 2b log(x) + b log(-----))\|- 4a c + b
--R
--R      2
--R      x
--R      /
--R      +-----+

```

```

--R      2 |      2
--R      2c \|- 4a c + b
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 39
dd1:=expandLog cc1
--R
--R      (6)
--R      2
--R      (- 2a c + b )
--R      *
--R      log
--R      +-----+
--R      2 2      2 |      2      2      2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (8a c - 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      4a b c - b
--R      +
--R      2
--R      (- 2a c + b )
--R      *
--R      log
--R      +-----+
--R      2 2      2 |      2      2      2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (- 8a c + 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      - 4a b c + b
--R      +
--R      2      2
--R      (4a c - 2b )log(a x  + b x + c)
--R      /
--R      +-----+
--R      2 |      2
--R      2c \|- 4a c + b
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 40      14:270 Schaums and Axiom differ by a constant
ee1:=complexNormalize dd1
--R
--R      2      3      2 2
--R      (- 2a c + b )log(- 16a c + 4a b )
--R      (7) -----

```

```

--R          +-----+
--R          2 |      2
--R          2c \|- 4a c + b
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

**7 [1]:14.271**  $\int \frac{dx}{x^n(ax^2 + bx + c)}$

$$\int \frac{1}{x^n(ax^2 + bx + c)} = -\frac{1}{(n-1)cx^{n-1}} - \frac{b}{c} \int \frac{1}{x^{n-1}(ax^2 + bx + c)} - \frac{a}{c} \int \frac{1}{x^{n-2}(ax^2 + bx + c)}$$

```

(*)+≡
)clear all

```

```

--S 41      14:271 Axiom cannot compute this integral
aa:=integrate(1/(x^n*(a*x^2+b*x+c)),x)
--R
--R
--R          x
--R          ++      1
--R          (1) | ----- d%N
--R          ++      2      n
--R          (c + %N b + %N a)%N
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E

```

8 [1]:14.272  $\int \frac{dx}{(ax^2 + bx + c)^2}$

$$\int \frac{1}{(ax^2 + bx + c)^2} = \frac{2xa + b}{(4ac - b^2)(ax^2 + bx + c)} + \frac{2a}{4ac - b^2} \int \frac{1}{ax^2 + bx + c}$$

```

(*)+=
)clear all

--S 42
aa:=integrate(1/(a*x^2+b*x+c)^2,x)
--R
--R
--R (1)
--R [
--R      2 2
--R      (2a x + 2a b x + 2a c)
--R      *
--R      log
--R
--R      +-----+
--R      2 2      2 |      2      2      2
--R      (2a x + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (8a c - 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      4a b c - b
--R      /
--R      2
--R      a x + b x + c
--R      +
--R      +-----+
--R      |      2
--R      (2a x + b)\|- 4a c + b
--R      /
--R      +-----+
--R      2      2 2      3      2      2 |      2
--R      ((4a c - a b )x + (4a b c - b )x + 4a c - b c)\|- 4a c + b
--R      ,
--R      +-----+
--R      |      2      +-----+
--R      2 2      (2a x + b)\|4a c - b      |      2
--R      (4a x + 4a b x + 4a c)atan(-----) + (2a x + b)\|4a c - b
--R      2
--R      4a c - b
--R      -----
--R      2      2 2      3      2      2 |      2

```



```

--R      log
--R      +-----+
--R      2 2      2 |      2      2      2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (8a c - 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      4a b c - b
--R      /
--R      2
--R      a x  + b x + c
--R      +
--R      +-----+
--R      |      2
--R      (2a x + b)\|- 4a c + b
--R      /
--R      +-----+
--R      2      2 2      3      2      2 |      2
--R      ((4a c - a b )x  + (4a b c - b )x + 4a c  - b c)\|- 4a c + b
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 45
bb2:=(2*a*x+b)/((4*a*c-b^2)*(a*x^2+b*x+c))+(2*a)/(4*a*c-b^2)*t1.2

```

```

--R
--R      (4)
--R      +-----+
--R      |      2      +-----+
--R      (2a x + b)\|4a c - b  + (2a x + b)\|4a c - b
--R      (4a x  + 4a b x + 4a c)atan(-----) +
--R      2
--R      4a c - b
--R      -----
--R      +-----+
--R      2      2 2      3      2      2 |      2
--R      ((4a c - a b )x  + (4a b c - b )x + 4a c  - b c)\|4a c - b
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 46
cc1:=aa.1-bb1
--R
--R      (5)  0
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 47

```



```

--R      4a b c - b
--R      /
--R      2
--R      a x  + b x + c
--R  +
--R      +-----+
--R      |          2      (2a x + b)\|4a c - b
--R      - 4a\|- 4a c + b  atan(-----)
--R                                  2
--R                                  4a c - b
--R  /
--R      +-----+ +-----+
--R      2 |          2 |          2
--R      (4a c - b )\|- 4a c + b  \|4a c - b
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

--S 49 14:272 Schaums and Axiom agree

cc4:=aa.2-bb2

--R

--R (8) 0

--R

--E

Type: Expression Integer

9 [1]:14.273  $\int \frac{x dx}{(ax^2 + bx + c)^2}$

$$\int \frac{x}{(ax^2 + bx + c)^2} = -\frac{bx + 2c}{(4ac - b^2)(ax^2 + bx + c)} - \frac{b}{4ac - b^2} \int \frac{1}{ax^2 + bx + c}$$

<\*)+=

)clear all

--S 50

aa:=integrate(x/(a\*x^2+b\*x+c)^2,x)

--R

--R

--R (1)

--R [

--R  $(a^2 b x^2 + b^2 x + b^2 c)$

--R \*

--R log

--R  $(2a^2 x^2 + 2abx - 2ac + b^2)\sqrt{-4ac + b^2} + (-8ac^2 + 2ab^2)x$

--R +

--R  $-4abc + b^3$

--R /

--R  $a^2 x^2 + bx + c$

--R +

--R  $(-bx - 2c)\sqrt{-4ac + b^2}$

--R /

--R  $((4a^2c - ab^2)x^2 + (4abc - b^3)x + 4a^2c - b^2c)\sqrt{-4ac + b^2}$

--R ,

--R  $(-2abx^2 - 2bx - 2bc) \operatorname{atan}\left(\frac{(2ax + b)\sqrt{4ac - b^2}}{4ac - b^2}\right)$

--R +

--R  $(-2abx^2 - 2bx - 2bc) \operatorname{atan}\left(\frac{(2ax + b)\sqrt{4ac - b^2}}{4ac - b^2}\right)$

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

--R

```

--R      |      2
--R      (- b x - 2c)\|4a c - b
--R      /
--R      +-----+
--R      2      2      2      3      2      2      |      2
--R      ((4a c - a b )x + (4a b c - b )x + 4a c - b c)\|4a c - b
--R      ]
--R
--R                                          Type: Union(List Expression Integer,...)
--E

```

```

--S 51
t1:=integrate(1/(a*x^2+b*x+c),x)
--R
--R
--R      (2)
--R      [
--R      log
--R      +-----+
--R      2      2      2      |      2      2      2
--R      (2a x + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b + (8a c - 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      4a b c - b
--R      /
--R      2
--R      a x + b x + c
--R      /
--R      +-----+
--R      |      2
--R      \|- 4a c + b
--R      ,
--R      +-----+
--R      |      2
--R      (2a x + b)\|4a c - b
--R      2atan(-----)
--R      2
--R      4a c - b
--R      -----]
--R      +-----+
--R      |      2
--R      \|4a c - b
--R
--R                                          Type: Union(List Expression Integer,...)
--E

```

```

--S 52
bb1:=- (b*x+2*c)/((4*a*c-b^2)*(a*x^2+b*x+c))-b/(4*a*c-b^2)*t1.1

```

```

--R
--R
--R (3)
--R      2      2
--R      (- a b x  - b x - b c)
--R      *
--R      log
--R      +-----+
--R      2 2      2 |      2      2      2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (8a c - 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      4a b c - b
--R      /
--R      2
--R      a x  + b x + c
--R      +
--R      +-----+
--R      |      2
--R      (- b x - 2c)\|- 4a c + b
--R      /
--R      +-----+
--R      2      2 2      3      2 2 |      2
--R      ((4a c - a b )x  + (4a b c - b )x + 4a c - b c)\|- 4a c + b
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

--S 53

bb2:=- (b\*x+2\*c)/((4\*a\*c-b^2)\*(a\*x^2+b\*x+c))-b/(4\*a\*c-b^2)\*t1.2

```

--R
--R
--R (4)
--R      +-----+
--R      |      2
--R      2      2      (2a x + b)\|4a c - b
--R      (- 2a b x  - 2b x - 2b c)atan(-----)
--R      2
--R      4a c - b
--R      +
--R      +-----+
--R      |      2
--R      (- b x - 2c)\|4a c - b
--R      /
--R      +-----+
--R      2      2 2      3      2 2 |      2
--R      ((4a c - a b )x  + (4a b c - b )x + 4a c - b c)\|4a c - b

```

```

--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

--S 54
cc1:=bb1-aa.1
--R
--R (5)
--R      -
--R      b
--R      *
--R      log
--R
--R      +-----+
--R      2 2      2 |      2      2      2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (8a c - 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      4a b c - b
--R      /
--R      2
--R      a x  + b x + c
--R
--R      +
--R      -
--R      b
--R      *
--R      log
--R
--R      +-----+
--R      2 2      2 |      2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b
--R      +
--R      2      2      3
--R      (- 8a c + 2a b )x - 4a b c + b
--R      /
--R      2
--R      a x  + b x + c
--R
--R      /
--R      +-----+
--R      2 |      2
--R      (4a c - b )\|- 4a c + b
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 55
dd1:=expandLog cc1
--R
--R (6)
--R      -

```

```

--R      b
--R      *
--R      log
--R      +-----+
--R      2 2      2 |      2      2      2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (8a c - 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      4a b c - b
--R      +
--R      -
--R      b
--R      *
--R      log
--R      +-----+
--R      2 2      2 |      2      2      2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (- 8a c + 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      - 4a b c + b
--R      +
--R      2
--R      2b log(a x  + b x + c)
--R      /
--R      +-----+
--R      2 |      2
--R      (4a c - b )\|- 4a c + b
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

--S 56 14:273 Schaums and Axiom differ by a constant

ee1:=complexNormalize dd1

```

--R
--R      3      2 2
--R      b log(- 16a c + 4a b )
--R      (7)  -----
--R      +-----+
--R      2 |      2
--R      (4a c - b )\|- 4a c + b
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

10 [1]:14.274  $\int \frac{x^2 dx}{(ax^2 + bx + c)^2}$

$$\int \frac{x^2}{(ax^2 + bx + c)^2} = \frac{(b^2 - 2ac)x + bc}{a(4ac - b^2)(ax^2 + bx + c)} + \frac{2c}{4ac - b^2} \int \frac{1}{ax^2 + bx + c}$$

<\*)+≡

)clear all

--S 57

aa:=integrate(x^2/(a\*x^2+b\*x+c)^2,x)

--R

--R

--R (1)

--R [

$$(2a^2cx^2 + 2abcx + 2a^2c^2)$$

--R \*

--R log

--R

$$(2ax^2 + 2abx - 2ac + b)\sqrt{-4ac + b^2} + (8a^2c - 2ab^2)x$$

--R +

$$4abc - b^3$$

--R /

$$ax^2 + bx + c$$

--R +

$$((-2ac + b)x + bc)\sqrt{-4ac + b^2}$$

--R /

$$((4a^3c - ab^3)x^2 + (4a^2bc - ab^2c)x + 4a^2c^2 - ab^2c)\sqrt{-4ac + b^2}$$

--R ,

--R

$$(4a^2cx^2 + 4abcx + 4a^2c^2) \operatorname{atan}\left(\frac{(2ax + b)\sqrt{4ac - b^2}}{4ac - b^2}\right)$$

--R

--R +

$$\sqrt{-4ac + b^2}$$

```

--R      2      |      2
--R      ((- 2a c + b )x + b c)\|4a c - b
--R      /
--R      +-----+
--R      3      2 2 2      2      3      2 2      2      |      2
--R      ((4a c - a b )x + (4a b c - a b )x + 4a c - a b c)\|4a c - b
--R      ]
--R
--R      Type: Union(List Expression Integer,...)
--E

```

```

--S 58
t1:=integrate(1/(a*x^2+b*x+c),x)

```

```

--R
--R      (2)
--R      [
--R      log
--R      +-----+
--R      2 2      2 |      2      2      2
--R      (2a x + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b + (8a c - 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      4a b c - b
--R      /
--R      2
--R      a x + b x + c
--R      /
--R      +-----+
--R      |      2
--R      \|- 4a c + b
--R      ,
--R      +-----+
--R      |      2
--R      (2a x + b)\|4a c - b
--R      2atan(-----)
--R      2
--R      4a c - b
--R      -----]
--R      +-----+
--R      |      2
--R      \|4a c - b
--R
--R      Type: Union(List Expression Integer,...)
--E

```

```

--S 59
bb1:=((b^2-2*a*c)*x+b*c)/(a*(4*a*c-b^2)*(a*x^2+b*x+c))+(2*c)/(4*a*c-b^2)*t1.1

```

```

--R
--R (3)
--R      2 2      2
--R      (2a c x + 2a b c x + 2a c )
--R      *
--R      log
--R      +-----+
--R      2 2      2 |      2      2      2
--R      (2a x + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b + (8a c - 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      4a b c - b
--R      /
--R      2
--R      a x + b x + c
--R      +
--R      +-----+
--R      2 |      2
--R      ((- 2a c + b )x + b c)\|- 4a c + b
--R      /
--R      +-----+
--R      3 2 2 2 2 3 2 2 2 |      2
--R      ((4a c - a b )x + (4a b c - a b )x + 4a c - a b c)\|- 4a c + b
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 60
bb2:=((b^2-2*a*c)*x+b*c)/(a*(4*a*c-b^2)*(a*x^2+b*x+c))+(2*c)/(4*a*c-b^2)*t1.2
--R
--R (4)
--R      +-----+
--R      |      2
--R      2 2      2      (2a x + b)\|4a c - b
--R      (4a c x + 4a b c x + 4a c )atan(-----)
--R      2
--R      4a c - b
--R      +
--R      +-----+
--R      2 |      2
--R      ((- 2a c + b )x + b c)\|4a c - b
--R      /
--R      +-----+
--R      3 2 2 2 2 3 2 2 2 |      2
--R      ((4a c - a b )x + (4a b c - a b )x + 4a c - a b c)\|4a c - b
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 61      14:274 Schaums and Axiom agree
cc1:=aa.1-bb1
--R
--R      (5)  0
--R
--R                                                    Type: Expression Integer
--E

```

**11 [1]:14.275**  $\int \frac{x^m dx}{(ax^2 + bx + c)^n}$

$$\int \frac{x^m}{(ax^2 + bx + c)^n} = -\frac{x^{m-1}}{(2n - m - 1)a(ax^2 + bx + c)^{n-1}} + \frac{(m - 1)c}{(2n - m - 1)a} \int \frac{x^{m-2}}{(ax^2 + bx + c)^n} - \frac{(n - m)b}{(2n - m - 1)a} \int \frac{x^{m-1}}{(ax^2 + bx + c)^n}$$

```

(*)+≡
)clear all

```

```

--S 62      14:275 Axiom cannot compute this integral
aa:=integrate(x^m/(a*x^2+b*x+c)^n,x)
--R
--R
--R
--R      x      m
--R      ++      %N
--R      (1)  | ----- d%N
--R      ++      2 n
--R      (c + %N b + %N a)
--R
--R                                                    Type: Union(Expression Integer,...)
--E

```

**12 [1]:14.276**  $\int \frac{x^{2n-1} dx}{(ax^2 + bx + c)^n}$

$$\int \frac{x^{2n-1}}{(ax^2 + bx + c)^n} = \frac{1}{a} \int \frac{x^{2n-3}}{(ax^2 + bx + c)^{n-1}} - \frac{c}{a} \int \frac{x^{2n-3}}{(ax^2 + bx + c)^n} - \frac{b}{a} \int \frac{x^{2n-2}}{(ax^2 + bx + c)^n}$$

```
(*)+≡
)clear all
```

```
--S 63      14:276 Axiom cannot compute this integral
```

```
aa:=integrate(x^(2*n-1)/(a*x^2+b*x+c)^n,x)
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R      x      2n - 1
--I      ++      %N
--I (1) | ----- d%N
--R      ++      2 n
--I      (c + %N b + %N a)
```

```
Type: Union(Expression Integer,...)
```

```
--R
```

```
--E
```

13 [1]:14.277  $\int \frac{dx}{x(ax^2 + bx + c)^2}$

$$\int \frac{1}{x(ax^2 + bx + c)^2} = \frac{1}{2c(ax^2 + bx + 2)}$$

$$-\frac{b}{2c} \int \frac{1}{(ax^2 + bx + c)^2}$$

$$+\frac{1}{c} \int \frac{1}{x(ax^2 + bx + c)}$$

```

(*)+=
)clear all

--S 64
aa:=integrate(1/(x*(a*x^2+b*x+c)^2),x)
--R
--R
--R (1)
--R [
--R      2      3 2      2      4      2      3
--R      ((6a b c - a b )x + (6a b c - b )x + 6a b c - b c)
--R      *
--R      log
--R      +-----+
--R      2 2      2 |      2      2      2
--R      (2a x + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b + (- 8a c + 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      - 4a b c + b
--R      /
--R      2
--R      a x + b x + c
--R      +
--R      2      2 2      3      2      2
--R      ((- 4a c + a b )x + (- 4a b c + b )x - 4a c + b c)
--R      *
--R      2
--R      log(a x + b x + c)
--R      +
--R      2      2 2      3      2      2
--R      ((8a c - 2a b )x + (8a b c - 2b )x + 8a c - 2b c)log(x)
--R      +
--R      2      2
--R      - 2a b c x + 4a c - 2b c

```

```

--R      *
--R      +-----+
--R      |          2
--R      \|- 4a c + b
--R  /
--R      +-----+
--R      2 3      2 2 2      3      3 2      4      2 3 |          2
--R      ((8a c - 2a b c )x + (8a b c - 2b c )x + 8a c - 2b c )\|- 4a c + b
--R  ,
--R      2      3 2      2      4      2      3
--R      ((- 12a b c + 2a b )x + (- 12a b c + 2b )x - 12a b c + 2b c)
--R  *
--R      +-----+
--R      |          2
--R      (2a x + b)\|4a c - b
--R  atan(-----)
--R      2
--R      4a c - b
--R  +
--R      2      2 2      3      2      2
--R      ((- 4a c + a b )x + (- 4a b c + b )x - 4a c + b c)
--R  *
--R      2
--R      log(a x + b x + c)
--R  +
--R      2      2 2      3      2      2
--R      ((8a c - 2a b )x + (8a b c - 2b )x + 8a c - 2b c)log(x)
--R  +
--R      2      2
--R      - 2a b c x + 4a c - 2b c
--R  *
--R      +-----+
--R      |          2
--R      \|4a c - b
--R  /
--R      +-----+
--R      2 3      2 2 2      3      3 2      4      2 3 |          2
--R      ((8a c - 2a b c )x + (8a b c - 2b c )x + 8a c - 2b c )\|4a c - b
--R  ]
--R
--R      Type: Union(List Expression Integer,...)
--E

```

```

--S 65
t1:=integrate(1/(a*x^2+b*x+c)^2,x)
--R

```

```

--R
--R (2)
--R [
--R      2 2
--R      (2a x + 2a b x + 2a c)
--R      *
--R      log
--R      +-----+
--R      2 2      2 |      2      2      2
--R      (2a x + 2a b x - 2a c + b)\|- 4a c + b + (8a c - 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      4a b c - b
--R      /
--R      2
--R      a x + b x + c
--R      +
--R      +-----+
--R      |      2
--R      (2a x + b)\|- 4a c + b
--R      /
--R      +-----+
--R      2      2 2      3      2      2 |      2
--R      ((4a c - a b )x + (4a b c - b )x + 4a c - b c)\|- 4a c + b
--R      ,
--R      +-----+
--R      |      2      +-----+
--R      2 2      (2a x + b)\|4a c - b      |      2
--R      (4a x + 4a b x + 4a c)atan(-----) + (2a x + b)\|4a c - b
--R      2
--R      4a c - b
--R      -----
--R      +-----+
--R      2      2 2      3      2      2 |      2
--R      ((4a c - a b )x + (4a b c - b )x + 4a c - b c)\|4a c - b
--R      ]
--R
--R      Type: Union(List Expression Integer,...)
--E

```

```

--S 66
t2:=integrate(1/(x*(a*x^2+b*x+c)),x)

```

```

--R
--R
--R (3)
--R [
--R      b

```

```

--R      *
--R      log
--R      +-----+
--R      2 2      2 |      2      2      2
--R      (2a x + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b + (- 8a c + 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      - 4a b c + b
--R      /
--R      2
--R      a x + b x + c
--R      +
--R      +-----+
--R      2      |      2
--R      (- log(a x + b x + c) + 2log(x))\|- 4a c + b
--R      /
--R      +-----+
--R      |      2
--R      2c\|- 4a c + b
--R      ,
--R      +-----+
--R      |      2
--R      (2a x + b)\|4a c - b
--R      - 2b atan(-----)
--R      2
--R      4a c - b
--R      +
--R      +-----+
--R      2      |      2
--R      (- log(a x + b x + c) + 2log(x))\|4a c - b
--R      /
--R      +-----+
--R      |      2
--R      2c\|4a c - b
--R      ]
--R
--R      Type: Union(List Expression Integer,...)
--E

```

```

--S 67
bb1:=1/(2*c*(a*x^2+b*x+c))-b/(2*c)*t1.1+1/c*t2.1
--R
--R
--R      (4)
--R      2      2      2      2
--R      (- 2a b c x - 2a b c x - 2a b c )

```

```

--R      *
--R      log
--R      +-----+
--R      2 2      2 |      2      2      2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (8a c - 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      4a b c - b
--R      /
--R      2
--R      a x  + b x + c
--R      +
--R      2      3 2      2      4      2      3
--R      ((4a b c - a b )x  + (4a b c - b )x + 4a b c - b c)
--R      *
--R      log
--R      +-----+
--R      2 2      2 |      2      2      2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (- 8a c + 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      - 4a b c + b
--R      /
--R      2
--R      a x  + b x + c
--R      +
--R      2      2 2      3      2      2
--R      ((- 4a c + a b )x  + (- 4a b c + b )x - 4a c  + b c)
--R      *
--R      2
--R      log(a x  + b x + c)
--R      +
--R      2      2 2      3      2      2
--R      ((8a c - 2a b )x  + (8a b c - 2b )x + 8a c  - 2b c)log(x) - 2a b c x
--R      +
--R      2      2
--R      4a c  - 2b c
--R      *
--R      +-----+
--R      |      2
--R      \|- 4a c + b
--R      /
--R      +-----+
--R      2 3      2 2 2      3      3 2      4      2 3 |      2
--R      ((8a c  - 2a b c )x  + (8a b c  - 2b c )x + 8a c  - 2b c )\|- 4a c + b
--R
--R      Type: Expression Integer

```

--E

--S 68

bb2:=1/(2\*c\*(a\*x^2+b\*x+c))-b/(2\*c)\*t1.2+1/c\*t2.1

--R

--R

--R (5)

$$\begin{aligned}
& \left( (4a^2bc - ab^3)x^2 + (4a^2bc - b^4)x + 4a^2bc^2 - b^3c \right) \sqrt{4ac - b^2} \\
& * \log \left( \frac{(2ax^2 + 2abx - 2ac + b) \sqrt{-4ac + b^2} + (-8a^2c + 2ab^2)x - 4abc + b^3}{ax^2 + bx + c} \right) \\
& + \left( -4a^2bcx^2 - 4a^2bcx - 4a^2bc \right) \sqrt{-4ac + b^2} \\
& * \operatorname{atan} \left( \frac{(2ax + b) \sqrt{4ac - b^2}}{4ac - b^2} \right) \\
& + \left( (-4ac + a^2b)x^2 + (-4abc + b^3)x - 4a^2c + b^2c \right) \\
& * \log(ax^2 + bx + c) \\
& + \left( (8a^2c - 2a^2b)x^2 + (8abc - 2b^3)x + 8a^2c^2 - 2b^2c \right) \log(x) - 2abcx \\
& * \sqrt{4ac - 2b^2c} \sqrt{4ac - b^2}
\end{aligned}$$

```

--R      |      2 |      2
--R      \|- 4a c + b \|4a c - b
--R /
--R      +-----+
--R      2 3      2 2 2      3      3 2      4      2 3 |      2
--R      ((8a c - 2a b c )x + (8a b c - 2b c )x + 8a c - 2b c )\|- 4a c + b
--R *
--R      +-----+
--R      |      2
--R      \|4a c - b
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

--S 69

bb3:=1/(2\*c\*(a\*x^2+b\*x+c))-b/(2\*c)\*t1.1+1/c\*t2.2

```

--R
--R
--R (6)
--R      +-----+
--R      2      2      2      2 |      2
--R      (- 2a b c x - 2a b c x - 2a b c )\|4a c - b
--R *
--R      log
--R      +-----+
--R      2 2      2 |      2      2      2
--R      (2a x + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b + (8a c - 2a b )x
--R +
--R      3
--R      4a b c - b
--R /
--R      2
--R      a x + b x + c
--R +
--R      2      3 2      2      4      2      3
--R      ((- 8a b c + 2a b )x + (- 8a b c + 2b )x - 8a b c + 2b c)
--R *
--R      +-----+
--R      |      2      (2a x + b)\|4a c - b
--R      \|- 4a c + b atan(-----)
--R      2
--R      4a c - b
--R +
--R      2      2 2      3      2      2
--R      ((- 4a c + a b )x + (- 4a b c + b )x - 4a c + b c)
--R *

```

```

--R          2
--R      log(a x  + b x + c)
--R      +
--R          2      2 2      3      2      2
--R      ((8a c - 2a b )x  + (8a b c - 2b )x + 8a c - 2b c)log(x) - 2a b c x
--R      +
--R          2      2
--R      4a c - 2b c
--R      *
--R      +-----+ +-----+
--R      |      2 |      2
--R      \|- 4a c + b  \|- 4a c - b
--R      /
--R          2 3      2 2 2      3      3 2      4      2 3 |      2
--R      ((8a c - 2a b c )x  + (8a b c - 2b c )x + 8a c - 2b c )\|- 4a c + b
--R      *
--R      +-----+
--R      |      2
--R      \|- 4a c - b
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 70
bb4:=1/(2*c*(a*x^2+b*x+c))-b/(2*c)*t1.2+1/c*t2.2

```

```

--R
--R      (7)
--R          2      3 2      2      4      2      3
--R      ((- 12a b c + 2a b )x  + (- 12a b c + 2b )x - 12a b c + 2b c)
--R      *
--R          +-----+
--R          |      2
--R      (2a x + b)\|- 4a c - b
--R      atan(-----)
--R          2
--R          4a c - b
--R      +
--R          2      2 2      3      2      2
--R      ((- 4a c + a b )x  + (- 4a b c + b )x - 4a c + b c)
--R      *
--R          2
--R      log(a x  + b x + c)
--R      +
--R          2      2 2      3      2      2
--R      ((8a c - 2a b )x  + (8a b c - 2b )x + 8a c - 2b c)log(x) - 2a b c x

```

```

--R      +
--R      2      2
--R      4a c  - 2b c
--R      *
--R      +-----+
--R      |      2
--R      \|4a c - b
--R      /
--R      +-----+
--R      2 3      2 2 2      3      3 2      4      2 3 |      2
--R      ((8a c  - 2a b c )x  + (8a b c  - 2b c )x + 8a c  - 2b c )\|4a c - b
--R      Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 71
cc1:=aa.1-bb1
--R
--R      (8)
--R      a b
--R      *
--R      log
--R      +-----+
--R      2 2      2 |      2      2      2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (8a c - 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      4a b c - b
--R      /
--R      2
--R      a x  + b x + c
--R      +
--R      a b
--R      *
--R      log
--R      +-----+
--R      2 2      2 |      2      2      2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (- 8a c + 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      - 4a b c + b
--R      /
--R      2
--R      a x  + b x + c
--R      /
--R      +-----+
--R      2      2 |      2

```

```

--R      (4a c - b c)\|- 4a c + b
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 72

```

```

dd1:=expandLog cc1

```

```

--R
--R      (9)
--R      a b
--R      *
--R      log
--R
--R      +-----+
--R      2 2      2 |      2      2      2
--R      (2a x + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b + (8a c - 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      4a b c - b
--R      +
--R      a b
--R      *
--R      log
--R
--R      +-----+
--R      2 2      2 |      2      2      2
--R      (2a x + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b + (- 8a c + 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      - 4a b c + b
--R      +
--R      2
--R      - 2a b log(a x + b x + c)
--R      /
--R      +-----+
--R      2 2 |      2
--R      (4a c - b c)\|- 4a c + b
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 73      14:277 Schaums and Axiom differ by a constant

```

```

ee1:=complexNormalize dd1

```

```

--R
--R      3      2 2
--R      a b log(- 16a c + 4a b )
--R      (10) -----
--R      +-----+
--R      2 2 |      2
--R      (4a c - b c)\|- 4a c + b

```

--R  
--E

Type: Expression Integer

14 [1]:14.278  $\int \frac{dx}{x^2(ax^2 + bx + c)^2}$

$$\int \frac{1}{x^2(ax^2 + bx + c)^2} = -\frac{1}{cx(ax^2 + bx + c)} - \frac{3a}{c} \int \frac{1}{(ax^2 + bx + c)^2} - \frac{2b}{c} \int \frac{1}{x(ax^2 + bx + c)^2}$$

```
(*)+=
)clear all
```

```
--S 74
```

```
aa:=integrate(1/(x^2*(a*x^2+b*x+c)^2),x)
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R (1)
```

```
--R [
```

```
--R      3 2      2 2      4 3      2 2      3      5 2
--R      (6a c - 6a b c + a b )x + (6a b c - 6a b c + b )x
```

```
--R +
```

```
--R      2 3      2 2      4
--R      (6a c - 6a b c + b c)x
```

```
--R *
```

```
--R log
```

```
--R
```

```
--R      2 2      2 |      2      2      2
--R      (2a x + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b + (- 8a c + 2a b )x
```

```
--R +
```

```
--R      3
--R      - 4a b c + b
```

```
--R /
```

```
--R      2
--R      a x + b x + c
```

```
--R +
```

```
--R      2      3 3      2      4 2      2      3
--R      ((4a b c - a b )x + (4a b c - b )x + (4a b c - b c)x)
```

```
--R *
```

```
--R      2
--R      log(a x + b x + c)
```

```
--R +
```

```
--R      2      3 3      2      4 2      2      3
--R      ((- 8a b c + 2a b )x + (- 8a b c + 2b )x + (- 8a b c + 2b c)x)
```

$$\begin{aligned}
& \log(x) \\
& + (-6a^2c^2 + 2ab^2c)x^2 + (-7ab^2c^2 + 2b^3c)x^3 - 4a^3c^2 + b^3c^2 \\
& * \sqrt{-4ac + b^2} \\
& / \left( (4a^2c^2 - ab^3c)x^4 + (4ab^3c^2 - b^4c^3)x^5 + (4a^5c^2 - b^2c^4)x \right) \sqrt{-4ac + b^2} \\
& , \\
& (-12a^3c^2 + 12a^2b^2c - 2ab^4)x^3 + (-12a^2b^2c^2 + 12ab^3c^2 - 2b^5)x^5 \\
& + (-12a^2c^3 + 12ab^2c^2 - 2b^4c)x^4 \\
& * \operatorname{atan}\left(\frac{(2ax + b)\sqrt{4ac - b^2}}{4ac - b^2}\right) \\
& + ((4a^2b^3c - ab^4)x^2 + (4a^4b^2c - b^5)x + (4a^2b^3c^2 - b^3c^3)x) \\
& * \log(ax^2 + bx + c) \\
& + ((-8a^2b^3c + 2ab^3)x^2 + (-8a^4b^2c + 2b^4)x^4 + (-8a^2b^3c^2 + 2b^3c^3)x) \\
& * \log(x) \\
& + (-6a^2c^2 + 2ab^2c)x^2 + (-7ab^2c^2 + 2b^3c)x^3 - 4a^3c^2 + b^3c^2 \\
& * \sqrt{4ac - b^2} \\
& /
\end{aligned}$$

```

--R
--R
--R      2 4      2 3 3      4      3 3 2      5      2 4      |      2
--R      ((4a c - a b c )x + (4a b c - b c )x + (4a c - b c )x)\|4a c - b
--R      ]
--R
--R      Type: Union(List Expression Integer,...)
--E

```

--S 75

t1:=integrate(1/(a\*x^2+b\*x+c)^2,x)

```

--R
--R
--R      (2)
--R      [
--R      2 2
--R      (2a x + 2a b x + 2a c)
--R      *
--R      log
--R
--R      +-----+
--R      2 2      2 |      2      2      2
--R      (2a x + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b + (8a c - 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      4a b c - b
--R      /
--R      2
--R      a x + b x + c
--R      +
--R      +-----+
--R      |      2
--R      (2a x + b)\|- 4a c + b
--R      /
--R      +-----+
--R      2      2 2      3      2      2 |      2
--R      ((4a c - a b )x + (4a b c - b )x + 4a c - b c)\|- 4a c + b
--R      ,
--R      +-----+
--R      |      2      +-----+
--R      2 2      (2a x + b)\|4a c - b      |      2
--R      (4a x + 4a b x + 4a c)atan(-----) + (2a x + b)\|4a c - b
--R      2
--R      4a c - b
--R      -----
--R      +-----+
--R      2      2 2      3      2      2 |      2
--R      ((4a c - a b )x + (4a b c - b )x + 4a c - b c)\|4a c - b
--R      ]

```

```

--R                                                    Type: Union(List Expression Integer,...)
--E

--S 76
t2:=integrate(1/(x*(a*x^2+b*x+c)^2),x)
--R
--R
--R (3)
--R [
--R      2      3 2      2      4      2      3
--R      ((6a b c - a b )x + (6a b c - b )x + 6a b c - b c)
--R      *
--R      log
--R      +-----+
--R      2 2      2 |      2      2      2
--R      (2a x + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b + (- 8a c + 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      - 4a b c + b
--R      /
--R      2
--R      a x + b x + c
--R      +
--R      2      2 2      3      2      2
--R      ((- 4a c + a b )x + (- 4a b c + b )x - 4a c + b c)
--R      *
--R      2
--R      log(a x + b x + c)
--R      +
--R      2      2 2      3      2      2
--R      ((8a c - 2a b )x + (8a b c - 2b )x + 8a c - 2b c)log(x)
--R      +
--R      2      2
--R      - 2a b c x + 4a c - 2b c
--R      *
--R      +-----+
--R      |      2
--R      \|- 4a c + b
--R      /
--R      +-----+
--R      2 3      2 2 2      3      3 2      4      2 3 |      2
--R      ((8a c - 2a b c )x + (8a b c - 2b c )x + 8a c - 2b c )\|- 4a c + b
--R      ,
--R      2      3 2      2      4      2      3
--R      ((- 12a b c + 2a b )x + (- 12a b c + 2b )x - 12a b c + 2b c)

```

```

--R      *
--R      +-----+
--R      |      2
--R      (2a x + b)\|4a c - b
--R      atan(-----)
--R      2
--R      4a c - b
--R      +
--R      2      2 2      3      2 2
--R      ((- 4a c + a b )x + (- 4a b c + b )x - 4a c + b c)
--R      *
--R      2
--R      log(a x + b x + c)
--R      +
--R      2      2 2      3      2 2
--R      ((8a c - 2a b )x + (8a b c - 2b )x + 8a c - 2b c)log(x)
--R      +
--R      2      2
--R      - 2a b c x + 4a c - 2b c
--R      *
--R      +-----+
--R      |      2
--R      \|4a c - b
--R      /
--R      +-----+
--R      2 3      2 2 2      3      3 2      4      2 3 |      2
--R      ((8a c - 2a b c )x + (8a b c - 2b c )x + 8a c - 2b c )\|4a c - b
--R      ]
--R
--R      Type: Union(List Expression Integer,...)
--E

```

```

--S 77
bb1:=-1/(c*x*(a*x^2+b*x+c))-((3*a)/c)*t1.1-(2*b)/c*t2.1

```

```

--R
--R
--R      (4)
--R      3 2 3      2 2 2      2 3
--R      (- 6a c x - 6a b c x - 6a c x)
--R      *
--R      log
--R      +-----+
--R      2 2      2 |      2      2      2
--R      (2a x + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b + (8a c - 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      4a b c - b

```

```

--R      /
--R      2
--R      a x  + b x + c
--R      +
--R      2 2      4 3      3      5 2      2 2      4
--R      ((- 6a b c + a b )x  + (- 6a b c + b )x  + (- 6a b c  + b c)x)
--R      *
--R      log
--R      +-----+
--R      2 2      2 |      2      2      2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (- 8a c + 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      - 4a b c + b
--R      /
--R      2
--R      a x  + b x + c
--R      +
--R      2      3 3      2      4 2      2      3
--R      ((4a b c - a b )x  + (4a b c - b )x  + (4a b c - b c)x)
--R      *
--R      2
--R      log(a x  + b x + c)
--R      +
--R      2      3 3      2      4 2      2      3
--R      ((- 8a b c + 2a b )x  + (- 8a b c + 2b )x  + (- 8a b c + 2b c)x)
--R      *
--R      log(x)
--R      +
--R      2 2      2 2      2      3      3      2 2
--R      (- 6a c  + 2a b c)x  + (- 7a b c  + 2b c)x - 4a c  + b c
--R      *
--R      +-----+
--R      |      2
--R      \|- 4a c + b
--R      /
--R      +-----+
--R      2 4      2 3 3      4      3 3 2      5      2 4      |      2
--R      ((4a c  - a b c )x  + (4a b c - b c )x  + (4a c  - b c )x)\|- 4a c + b
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 78
bb2:=-1/(c*x*(a*x^2+b*x+c))-((3*a)/c)*t1.2-(2*b)/c*t2.1
--R
--R

```

```

--R (5)
--R      2 2      4 3      3 5 2      2 2 4
--R      ((- 6a b c + a b )x + (- 6a b c + b )x + (- 6a b c + b c)x)
--R      *
--R      +-----+
--R      |      2
--R      \|4a c - b
--R      *
--R      log
--R      +-----+
--R      2 2      2 |      2      2 2
--R      (2a x + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b + (- 8a c + 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      - 4a b c + b
--R      /
--R      2
--R      a x + b x + c
--R      +
--R      +-----+
--R      3 2 3      2 2 2      2 3 |      2
--R      (- 12a c x - 12a b c x - 12a c x)\|- 4a c + b
--R      *
--R      +-----+
--R      |      2
--R      (2a x + b)\|4a c - b
--R      atan(-----)
--R      2
--R      4a c - b
--R      +
--R      2 3 3      2 4 2      2 3
--R      ((4a b c - a b )x + (4a b c - b )x + (4a b c - b c)x)
--R      *
--R      2
--R      log(a x + b x + c)
--R      +
--R      2 3 3      2 4 2      2 3
--R      ((- 8a b c + 2a b )x + (- 8a b c + 2b )x + (- 8a b c + 2b c)x)
--R      *
--R      log(x)
--R      +
--R      2 2      2 2      2 3      3 2 2
--R      (- 6a c + 2a b c)x + (- 7a b c + 2b c)x - 4a c + b c
--R      *
--R      +-----+ +-----+
--R      |      2 |      2

```

```

--R      \|- 4a c + b \|4a c - b
--R /
--R      +-----+
--R      2 4      2 3 3      4      3 3 2      5      2 4      |      2
--R      ((4a c - a b c )x + (4a b c - b c )x + (4a c - b c )x)\|- 4a c + b
--R *
--R      +-----+
--R      |      2
--R      \|4a c - b
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

--S 79

bb3:=-1/(c\*x\*(a\*x^2+b\*x+c))-((3\*a)/c)\*t1.1-(2\*b)/c\*t2.2

```

--R
--R
--R (6)
--R      +-----+
--R      3 2 3      2      2 2      2 3      |      2
--R      (- 6a c x - 6a b c x - 6a c x)\|4a c - b
--R *
--R      log
--R      +-----+
--R      2 2      2      |      2      2      2
--R      (2a x + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b + (8a c - 2a b )x
--R +
--R      3
--R      4a b c - b
--R /
--R      2
--R      a x + b x + c
--R +
--R      2 2      4 3      3      5 2      2 2      4
--R      ((12a b c - 2a b )x + (12a b c - 2b )x + (12a b c - 2b c)x)
--R *
--R      +-----+
--R      +-----+      |      2
--R      |      2      (2a x + b)\|4a c - b
--R      \|- 4a c + b atan(-----)
--R      2
--R      4a c - b
--R +
--R      2      3 3      2      4 2      2      3
--R      ((4a b c - a b )x + (4a b c - b )x + (4a b c - b c)x)
--R *
--R      2

```

```

--R      log(a x  + b x + c)
--R      +
--R      2      3 3      2      4 2      2      3
--R      ((- 8a b c + 2a b )x  + (- 8a b c + 2b )x  + (- 8a b c  + 2b c)x)
--R      *
--R      log(x)
--R      +
--R      2 2      2 2      2      3      3      2 2
--R      (- 6a c  + 2a b c)x  + (- 7a b c  + 2b c)x - 4a c  + b c
--R      *
--R      +-----+ +-----+
--R      |      2 |      2
--R      \|- 4a c + b  \|- 4a c - b
--R      /
--R      2 4      2 3 3      4      3 3 2      5      2 4      |      2
--R      ((4a c  - a b c )x  + (4a b c  - b c )x  + (4a c  - b c )x)\|- 4a c + b
--R      *
--R      +-----+
--R      |      2
--R      \|- 4a c - b
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

--S 80

bb4:=-1/(c\*x\*(a\*x^2+b\*x+c))-((3\*a)/c)\*t1.2-(2\*b)/c\*t2.2

```

--R
--R
--R      (7)
--R      3 2      2 2      4 3      2 2      3      5 2
--R      (- 12a c  + 12a b c - 2a b )x  + (- 12a b c  + 12a b c - 2b )x
--R      +
--R      2 3      2 2      4
--R      (- 12a c  + 12a b c - 2b c)x
--R      *
--R      +-----+
--R      |      2
--R      (2a x + b)\|- 4a c - b
--R      atan(-----)
--R      2
--R      4a c - b
--R      +
--R      2      3 3      2      4 2      2      3
--R      ((4a b c - a b )x  + (4a b c - b )x  + (4a b c  - b c)x)
--R      *
--R      2

```

```

--R      log(a x  + b x + c)
--R      +
--R      2      3 3      2      4 2      2      3
--R      ((- 8a b c + 2a b )x  + (- 8a b c + 2b )x  + (- 8a b c  + 2b c)x)
--R      *
--R      log(x)
--R      +
--R      2 2      2 2      2      3      3      2 2
--R      (- 6a c  + 2a b c)x  + (- 7a b c  + 2b c)x  - 4a c  + b c
--R      *
--R      +-----+
--R      |      2
--R      \|4a c - b
--R      /
--R      2 4      2 3 3      4      3 3 2      5      2 4      |      2
--R      ((4a c  - a b c )x  + (4a b c  - b c )x  + (4a c  - b c )x)\|4a c - b
--R      Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 81

```

```

cc1:=aa.1-bb1

```

```

--R
--R      (8)
--R      2
--R      6a
--R      *
--R      log
--R      +-----+
--R      2 2      2 |      2      2      2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (8a c - 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      4a b c - b
--R      /
--R      2
--R      a x  + b x + c
--R      +
--R      2
--R      6a
--R      *
--R      log
--R      +-----+
--R      2 2      2 |      2      2      2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (- 8a c + 2a b )x
--R      +

```

```

--R
--R      3
--R      - 4a b c + b
--R      /
--R      2
--R      a x  + b x + c
--R  /
--R      +-----+
--R      2 2 | 2
--R      (4a c  - b c)\|- 4a c + b
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

```

--S 82
dd1:=expandLog cc1
--R
--R  (9)
--R      2
--R      6a
--R      *
--R      log
--R      +-----+
--R      2 2      2 | 2      2      2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (8a c - 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      4a b c - b
--R      +
--R      2
--R      6a
--R      *
--R      log
--R      +-----+
--R      2 2      2 | 2      2      2
--R      (2a x  + 2a b x - 2a c + b )\|- 4a c + b  + (- 8a c + 2a b )x
--R      +
--R      3
--R      - 4a b c + b
--R      +
--R      2      2
--R      - 12a log(a x  + b x + c)
--R  /
--R      +-----+
--R      2 2 | 2
--R      (4a c  - b c)\|- 4a c + b
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E

```

--S 83 14:278 Schaums and Axiom differ by a constant

ee1:=complexNormalize dd1

--R

$$(10) \frac{6a^2 \log(-16ac + 4a^2b)}{(4ac^2 - b^2c)\sqrt{-4ac + b^2}}$$

--R

Type: Expression Integer

--E

**15 [1]:14.279**  $\int \frac{dx}{x^m(ax^2 + bx + c)^n}$

$$\int \frac{1}{x^m(ax^2 + bx + c)^n} = -\frac{1}{(m-1)cx^{m-1}(ax^2 + bx + c)^{n-1}} - \frac{(m+2n-3)a}{(m-1)c} \int \frac{1}{x^{m-2}(ax^2 + bx + c)^n} - \frac{(m+n-2)b}{(m-1)c} \int \frac{1}{x^{m-1}(ax^2 + bx + c)^n}$$

<\*)+≡

)clear all

--S 84 14:279 Axiom cannot compute this integral

aa:=integrate(1/(x^m\*(a\*x^2+b\*x+c)^n),x)

--R

--R

$$(1) \int \frac{x}{(c + \%N b + \%N a)^m} d\%N$$

--R

Type: Union(Expression Integer,...)

--E

)spool

)lisp (bye)

## References

- [1] Spiegel, Murray R. *Mathematical Handbook of Formulas and Tables*  
Schaum's Outline Series McGraw-Hill 1968 p71